

## Träffa boll i korg med vinklat utkast

Givet en laborationskatapult som slungar iväg en boll med en och samma utgångshastighet oberoende av vinkel:

- Bestäm bollens utgångshastighet,  $v_0$ , genom ett vertikalt kast med den uppmätta höjden  $y$  från katapulten. Energiprincipen ger:

$$mgy = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gy}$$

- Komposantuppdelning  $v_0$ :  $v_x = v_0 \cos\alpha$  och  $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$
- Beräkna tid för kastet ur sambandet mellan hastighet, acceleration och tid:

$$v_{0y} = gt \Rightarrow t_0 = \frac{v_{0y}}{g} \text{ (tid för "halva" kastet)}$$

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \text{ (tid för hela kastet)}$$

- Bestäm kastvidd, givet att rörelsen i horisontalled ( $x$ -led) är likformig:

$$x = v_x t = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

- **Uppgift:** Upprätta en tabell med  $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$  och  $80^\circ$ . Sätt både  $v_0$  och  $g = 10$ . Kommentarer?
- **Uppgift:** För vilken vinkel får bollen den största kastvidden? Lös grafiskt (t ex med Wolfram alpha) såväl som med derivata (derivatan av  $\sin 2\alpha$  är  $2 \cos 2\alpha$ ).
- **Uppgift:** Hur kan beräkningarna ovan modifieras för att träffa en korg som ligger på en annan nivå än utkastnivån. Beräkna t ex avstånd i  $x$ -led mellan katapult och korg om korgen ligger 1,0 meter ovanför utkastnivån givet en utkastvinkel på  $45^\circ$  och farten 10 m/s (dessa värden kan modifieras till verkliga förhållanden i klassrummet för ett test!).